5

गणित में गलतियों से सीखने के अवसर

शिल्पा जायसवाल*
रूही फातिमा**

गणित में सवालों को हल करते समय बच्चे गलतियाँ करते हैं। सीखते समय गलतियाँ करना स्वाभाविक है। गणित शिक्षण और गणित सीखने में गलतियों के महत्त्व को समझने के लिए यह शोध किया गया है। इस शोध पत्र में माध्यमिक स्तर पर बच्चों द्वारा की गई गलतियों का अध्ययन किया गया है। उन गलतियों को सीखने के अवसर के रूप में देखने के लिए इस प्रयोगात्मक शोध में पूर्व-परीक्षण तथा पश्च-परीक्षण के मध्य में हस्तक्षेप कार्यक्रम दिया गया है। शोध के परिणामों में यह कार्यक्रम बच्चों की गलतियों को कम करने में प्रभावी पाया गया।

गणित एक महत्वपुर्ण विषय है। गणित सीखना सभी के लिए अनिवार्य है। गणित सीखते समय बच्चे गलतियाँ करते हैं। यह गलतियाँ कई कारणों से होती हैं। गणित की अवधारणा को सीखते समय आवश्यक पूर्व ज्ञान के अभाव के कारण बच्चे गलतियाँ करते हैं। लापरवाही या समय के अभाव के कारण भी बच्चे गणित में गलतियाँ करते हैं। गलतियों के समाधान के लिए गलतियों के कारणों को जानना ज़रूरी होता है।

समस्या कथन

समस्या कथन इस प्रकार है— माध्यमिक स्तर पर गणित में गलतियों से सीखने के अवसर।

चरों की परिचालन परिभाषा

गलतियाँ—गलतियों से तात्पर्य बच्चों द्वारा माध्यमिक स्तर पर गणित सीखते समय की गई गलतियाँ हैं। इन गलतियों में पूर्ण रूप से सही उत्तरों को छोड़कर अन्य सभी उत्तरों को शमिल किया गया है। अपूर्ण उत्तरों तथा छोड़ दिए गए प्रश्नों को भी गलतियों के रूप में शामिल किया गया है।

सीखने के अवसर— बच्चों द्वारा सवालों के गलत हल और शोधकर्ता द्वारा एकत्रित गलत हलों के उदाहरणों की मदद से सीखने के अवसरों का निर्माण करना। ऐसी परिस्थितियों का निर्माण करना जिसमें सही तथा गलत हलों को इस्तेमाल किया जाए।

अनुसंधानात्मक प्रश्न

1. माध्यमिक स्तर पर गणित में गलतियों को सीखने के अवसर के रूप में कैसे इस्तेमाल किया जाए?
2. शिक्षक गलतियों को इस्तेमाल करके कैसे सीखने के अवसरों का निर्माण कर सकते हैं?

*शोधकर्ता, जामिया मिल्लिया इस्लामिया, नयी दिल्ली 110025
** सहायक आचार्य, जामिया मिल्लिया इस्लामिया, नयी दिल्ली 110025

© NCERT not to be republished

शोध के उद्देश्य

1. गणित सीखने में गलतियों को इस्तेमाल करने के लिए शिक्षण के तरीकों का निर्माण करना।
2. निर्मित शिक्षण के तरीकों के प्रभाव का अध्ययन करना।

शोध की शून्य परिकल्पना

निर्मित शिक्षण के तरीकों तथा परंपरागत शिक्षण के तरीकों द्वारा बच्चों की उपलब्धि में कोई सार्थक अंतर नहीं है।

शोध का सीमांकन

1. यह शोध कक्षा 9 तक सीमित है।
2. इस शोध में बीज गणित की कुछ विषयवस्तु को लिया गया है।
3. यह शोध दिल्ली के सरकारी विद्यालयों तक सीमित है।

शोध विधि तथा अभिकल्प

प्रस्तुत शोध में प्रयोगात्मक विधि का प्रयोग किया गया है। इस शोध में प्रयोगात्मक विधि के पूर्व-परीक्षण एवं पश्चात-परीक्षण समतुल्य समूह अभिकल्प का प्रयोग किया गया है।

जनसंख्या

प्रस्तुत शोध की जनसंख्या, दिल्ली के सरकारी विद्यालयों में माध्यमिक स्तर पर पढ़ने वाले सभी बच्चे हैं।

न्यादर्श

इस शोध में सरकारी विद्यालय में कक्षा 9 के दो भागों में पढ़ने वाले सभी बच्चों को सम्मिलित किया गया है। यादृच्छिक तकनीक से कक्षा 9 के दो भागों में से भाग क नियंत्रित समूह (n=30) तथा भाग ख को प्रायोगिक समूह (n=30) माना गया।

शोध उपकरणों का निर्माण तथा प्रदत्तों की संकलन प्रक्रिया

शोधक ने पूर्व निर्धारित प्रायोगिक समूह तथा नियंत्रित समूह की उपलब्धि का पूर्व परीक्षण किया। इस आकलन को उसने उपलब्धि परीक्षण बीज गणित की अवधारणाओं के आधार पर बनाया। इस पूर्व परीक्षण से प्राप्त प्रदत्तों का आकलन कर बच्चों की बीज गणित में गलतियों को वर्गीकृत किया गया। बच्चों के उत्तरों को वर्गीकृत करने के लिए निम्नलिखित कुल सात श्रेणियाँ बनाईं।

1. **वैकल्पिक अवधारणा के कारण होने वाली गलतियाँ**—बच्चे गणित में अवधारणा को सीखते समय कुछ नियम या वैकल्पिक अवधारणाओं का निर्माण कर लेते हैं और इन्हीं वैकल्पिक अवधारणाओं से सवालों को हल करते हैं। इन वैकल्पिक अवधारणाओं के कारण होने वाली गलतियों को इस श्रेणी में रखा गया है।
2. **लापरवाही के कारण होने वाली गलतियाँ**—सवालों को हल करते समय बच्चे लापरवाही के कारण गलतियाँ करते हैं जैसे— घटा के चिह्न की जगह जमा का चिह्न लगा देना इत्यादि। इन कारणों से होने वाली गलतियों को इस श्रेणी में रखा गया है।
3. **अन्य किसी कारण से होने वाली गलतियाँ**—बच्चे सवालों को हल करते समय कई गलतियाँ करते हैं जो किसी शिक्षक ने पहले कभी नहीं

© NCERT not to be republished

देखी हो या उन गलतियों का कारण स्पष्ट नहीं हो, ऐसी गलतियों को इस श्रेणी में रखा गया है।

4. **सही परंतु अधूरा हल**— अधिकतर बच्चे सवालों को अधूरा छोड़ देते हैं। इससे उनकी समझ का पता चलने में कठिनाई होती है। यह भी स्पष्ट नहीं होता कि बच्चों ने सवाल को अधूरा क्यों छोड़ा है। इस प्रकार के उत्तरों को एक अलग श्रेणी में रखा गया है।
5. **सही हल**— सभी सही हलों को एक श्रेणी में रखा गया है।
6. **उत्तर की जगह प्रश्न लिखा**— बच्चे सवालों के हल की जगह सिर्फ़ सवाल को ही लिख देते हैं। इस प्रकार के उत्तरों को अलग श्रेणी में रखा गया है।
7. **प्रश्न हल नहीं किया**— बहुत से सवालों को बच्चे हल नहीं करते और छोड़ देते हैं जिसका कारण पता नहीं चलता। इनको अलग श्रेणी में रखा गया है।

पूर्व परीक्षण के आधार पर बच्चों की गलतियों का वर्गीकरण करने के बाद उनकी उपलब्धि के अनुसार हस्तक्षेप कार्यक्रम का निर्माण किया गया। कार्यक्रम के लिए शिक्षण के तरीकों का निर्माण किया गया।

पूर्व-परीक्षण के अंकों की चर्चा करने के बाद नियंत्रित समूह को परंपरागत तरीके से तथा प्रायोगिक समूह को उपरोक्त सभी या उनके संयोजन की सहायता से रा.शै.अ.प्र.प. की कक्षा 9 की पाठ्यपुस्तक 'गणित' का पाठ 2 'बहुपद' पढ़ाया गया। गलतियों को सीखने के अवसर के रूप में इस्तेमाल करने के लिए हस्तक्षेप कार्यक्रम द्वारा बच्चों को एक-एक महीने में (25 पीरियड्स) बहुपद पढ़ाया गया। पाठ के समाप्त होने पर पश्चात-परीक्षण लिया गया। इस पश्चात-परीक्षण से प्राप्त प्रदत्तों का आकलन कर बच्चों की बीज गणित में गलतियों को वर्गीकृत किया। गलतियों को वर्गीकृत करने के लिए पूर्व निर्धारित श्रेणियों का इस्तेमाल किया गया।

प्रयुक्त सांख्यिकीय तकनीक

प्रस्तुत शोध में प्रयोगात्मक विधि के पूर्व-परीक्षण और पश्चात-परीक्षण समतुल्य समूह अभिकल्प का प्रयोग किया गया है। प्राप्त प्रदत्तों का सांख्यिकीय विश्लेषण स्वतंत्र न्यादर्श परीक्षण (t-test for independent samples) के द्वारा किया गया है। सार्थकता का स्तर 0.05 निर्धारित किया गया है।

उद्देश्य 1 से संबंधित प्रदत्तों का विश्लेषण, परिणाम तथा उनकी व्याख्या

गणित सीखने में गलतियों को साधन के रूप में शिक्षण के तरीकों का निर्माण करना।

कार्यक्रम के लिए शिक्षण के तरीकों का निर्माण किया गया जो इस प्रकार के थे—

1. **गलत हलों का गणित पढ़ते समय इस्तेमाल**— गणित में शोधकर्ता ने सवालों के सही हलों के साथ गलत हलों के उदाहरणों को शिक्षण में शामिल किया है। इन उदाहरणों की चर्चा कक्षा में बीजगणित पढ़ाते समय की गई। बच्चों को मौका दिया कि वे यह विश्लेषण करें कि प्रस्तुत हल क्यों सही नहीं है।
2. **रंगीन पेन का इस्तेमाल**— कक्षा में लाल पेन से बच्चों के काम का निरीक्षण करने की जगह

© NCERT not to be republished

अन्य रंगों के पेनों का इस्तेमाल करना। तीन रंगों के पेनों का इस्तेमाल किया गया। गुलाबी रंग के पेन से गलत हल को दर्शाना, पीले रंग के पेन से सावधानी से हल करने को दर्शाना और हरे रंग के पेन से सही हल दर्शाना।

3. **गलती विश्लेषण कार्यपत्रक**— गलतियों का विश्लेषण करने के लिए कार्यपत्रक का इस्तेमाल करना। इस कार्यपत्रक में बच्चों से पूछा गया कि क्या दिया गया हल, दी गई समस्या का सही हल है या नहीं। यदि नहीं, तो हल क्यों गलत है इसका कारण लिखिए और समस्या को हल करें।

4. **अपनी की हुई गलतियों का संकलन**— गणित सीखते समय बच्चे कई गलतियाँ करते हैं। बच्चों ने अपनी गलतियों को एकत्रित किया और उनका विश्लेषण किया कि उन्होंने गलती कैसे की। बच्चों ने यह भी ध्यान रखा कि आगे से वही गलती दोबारा नहीं हो।

5. **गलतियों की सूची**— बीज गणित में होने वाली गलतियों को विभिन स्रोतों से एकत्रित किया गया। इन स्रोतों में बच्चों की आठवीं और नवीं कक्षा की अर्ध-वार्षिक और वार्षिक परीक्षा की उत्तर पुस्तिका प्रमुख थी। गलतियों को एकत्रित करके एक सूची बनाई गई और बच्चों को दी गई।

6. **अपना काम दिखाओ**— गलती होने पर बच्चे अक्सर अपनी गलती को छुपा लेते हैं, हल को काट देते हैं, कॉपी का पन्ना फाड़ देते हैं या अधिकतर गलती होने के डर से सवाल हल नहीं करते। बच्चे अधिक से अधिक सवालों को हल करें जिससे शिक्षक को बच्चों की समझ का पता चले। इसके लिए बच्चों से कहा गया कि वह अपना काम अपने सहपाठी और शिक्षक को दिखाएँ।

7. **कठपुतली (पपेट) एक सहपाठी**— कक्षा में गलत हलों की चर्चा करने के लिए एक पपेट को बच्चों का सहपाठी बनाया गया। यह पपेट हमेशा कक्षा में उपस्थित रहता था। सभी गलत हल इस पपेट ने हल किये हैं। इसका नाम बच्चों की मदद से शीनू रखा गया। शीनू कक्षा में एक माध्यम की तरह इस्तेमाल किया गया। कभी-कभार बच्चे शीनू को सवाल भी समझाते और उसके साथ गणित भी पढ़ते।

8. **गणित का डब्बा**— कक्षा के एक कोने में एक डिब्बा रखा गया। यदि बच्चे कक्षा में सवाल पूछने में झिझक रहे हों तो वे अपने सवाल को एक पर्ची पर लिख कर उस डिब्बे में डाल सकते हैं। शिक्षक रोज़ उस डिब्बे में से पर्ची निकाल कर पहले उन सवालों पर चर्चा करता है और उसके बाद आगे बढ़ता है।

9. **दो पारदर्शी मर्तबान**— कक्षा में बच्चों को त्रिपद लिखने का एक कार्य दिया गया। बच्चों द्वारा लिखे गए त्रिपदों में से शोधकर्ता ने सही उदाहरणों को एक मर्तबान में और जो सही उदाहरण नहीं थे उनको दूसरे मर्तबान में रखा। बच्चों को यह नहीं पता था कि इस वर्गीकरण का आधार क्या है। बच्चों को शोधकर्ता द्वारा किए वर्गीकरण के आधार का पता लगाना होगा। कि कौन से उदाहरण किस मर्तबान में हैं। बच्चे सभी उदाहरणों को देख या आपस में चर्चा करके आधार का पता लगा सकते हैं।

© NCERT not to be republished

10. गलतियों को सुधारने में स्वयंसेवक की मदद— कक्षा में आपसी सहयोग को बढ़ावा देने और गलतियों को सुधारने में बच्चों की मदद करने के लिए स्वयंसेवक नियुक्त किए गए। स्वयंसेवकों की संख्या प्रतिदिन बच्चों की उपस्थिति पर निर्भर करती। पाँच बच्चों पर एक स्वयंसेवक नियुक्त किया गया और नियुक्ति के लिए कोई भी शर्त नहीं रखी गई। कोई भी बच्चा स्वयंसेवक बन सकता था।

उपरोक्त शिक्षण तरीकों की मदद से बीज गणित पढ़ाया गया। ये तरीके शिक्षण उद्देश्यों के अनुसार उपयोग किए गए।

उद्देश्य 2 से संबंधित प्रदत्तों का विश्लेषण, परिणाम तथा उनकी व्याख्या

निर्मित शिक्षण तरीकों के प्रभाव का अध्ययन करना।

तालिका 1 का अवलोकन करने से प्रतीत होता है कि t का मान 5.8402 है तथा p का मान .00001 से कम है जो 0.05 विश्वस्तता के स्तर पर सार्थक है। अतः शून्य परिकल्पना को निरस्त किया जाता है। इसके निरस्त होने से यह निष्कर्ष निकलता है कि माध्यमिक स्तर पर गलतियों को अवसर के रूप में इस्तेमाल करने के लिए हस्तक्षेप कार्यक्रम का सार्थक प्रभाव पड़ता है।

तालिका 2
पश्चात-परीक्षण में नियंत्रित समूह तथा प्रायोगिक समूह की तुलना

वर्गीकरण	नियंत्रित समूह %	प्रायोगिक समूह %
वैकल्पिक अवधारणा के कारण होने वाली गलतियाँ	37	48
लापरवाही के कारण होने वाली गलतियाँ	1	7
अन्य किसी कारण से होने वाली गलतियाँ	19	5
सही परंतु अधूरा हल	1	3
सही हल	9	33
उत्तर की जगह प्रश्न लिखा	20	2
प्रश्न हल नहीं किया	13	2

तालिका 2 का अवलोकन करने पर यह पता चलता है कि प्रायोगिक समूह के बच्चों के सही उत्तर, नियंत्रित समूह के बच्चों के सही उत्तरों की तुलना में अधिक हैं। प्रायोगिक समूह के बच्चे की गलतियाँ वैकल्पिक अवधारणा और लापरवाही के कारण, नियंत्रित समूह के बच्चे की गलतियों की तुलना में अधिक थीं। नियंत्रित समूह के बच्चे की गलतियाँ अन्य किसी कारण से

तालिका 1
स्वतंत्र न्यादर्श परीक्षण (t-test for independent samples) — पश्चात परीक्षण

समूह	संख्या	माध्य	मानक विचलन	t का मान	p का मान	स्वतंत्रता-डिग्री	टिप्पणी
नियंत्रित	30	3.35	2.49	5.8402*	<.00001	59	सार्थक नहीं हैं*
प्रायोगिक	30	9.52	5.62				

© NCERT not to be republished

होने वाली गलतियों वाली श्रेणी में प्रायोगिक समूह के बच्चे की गलतियों की तुलना में अधिक थीं। प्रायोगिक समूह के बच्चों ने नियंत्रित समूह के बच्चों की तुलना में बहुत कम सवालों के उत्तर में सवाल लिखा और बहुत कम सवालों को हल नहीं किया।

शोध के परिणाम और निष्कर्ष

1. पूर्व-परीक्षण में नियंत्रित समूह और प्रायोगिक समूह में कोई सार्थक अंतर नहीं है।
2. हस्तक्षेप कार्यक्रम प्रायोगिक समूह की गलतियों को कम करने में प्रभावकारी है।
3. हस्तक्षेप कार्यक्रम प्रायोगिक समूह के बच्चों को अवधारणा समझने में मदद करता है।
4. हस्तक्षेप कार्यक्रम के बाद प्रायोगिक समूह सवालों को ज़्यादा हल करते हैं और बहुत कम सवालों को बिना हल किए छोड़ देते हैं।
5. हस्तक्षेप कार्यक्रम प्रायोगिक समूह की गलतियों को नियंत्रित समूह की गलतियों की तुलना में कम करने में अधिक प्रभावकारी सिद्ध हुआ।

शोध के निहितार्थ

प्रस्तुत शोध से यह स्पष्ट है कि हस्तक्षेप कार्यक्रम बच्चों की गलतियों को कम करने में उपयोगी है। शोध यह भी स्पष्ट करता है कि गणित में अवधारणा की समझ का विकास करने में सही हलों के साथ गलत हलों के उदाहरणों की चर्चा भी लाभकारी होती है। शोध यह भी बताता है कि गणित में बच्चों की गलतियों को अनदेखा करने की बजाए उनको इकट्ठा करके चर्चा करने से भी लाभ होता है और बच्चों की गलतियाँ कम होने लगती हैं। बच्चे गणित में सवालों को अधिक हल करते हैं और इनको हल करने से डरते नहीं हैं। उन्हें यह डर नहीं लगता कि उनका सवाल गलत हो जाएगा तो क्या होगा। बच्चे यह समझने लगे हैं कि सवाल को हल करने की कोशिश करनी है। सवालों को गलती होने के डर से अधूरा नहीं छोड़ना। यदि सवाल गलत हो तो उस पर चर्चा करनी होगी। बच्चों के मन से गणित में गलतियाँ होने के डर को कम करने में यह शोध प्रभावकारी है।

आगे शोध के लिए सुझाव

- गणित शिक्षण में गलतियों को सीखने के अवसर के रूप में इस्तेमाल प्राथमिक स्तर पर किया जा सकता है।
- हस्तक्षेप कार्यक्रम को अन्य बड़े न्यादर्श पर किया जा सकता है।
- हस्तक्षेप कार्यक्रम को सभी अवधारणाओं पर किया जा सकता है।
- बच्चों की गलतियों को सीखने के अवसर के रूप में इस्तेमाल किए अन्य शिक्षण के तरीकों का निर्माण किया जा सकता है।
- इसी शोध को निजी विद्यालयों के साथ किया जा सकता है।

© NCERT not to be republished

संदर्भ

क्लेमेंट्स, एम. ए. 1982, केयरलेस एरर मेड बाय सिक्स्थ ग्रेड स्टूडेंट्स ऑन रिटन मैथमेटिकल टास्क. *जर्नल फ़ॉर रिसर्च इन मैथमेटिक्स एजुकेशन,* वॉल्यूम 13 नंबर 2. राष्ट्रीय शिक्षक शिक्षा परिषद (एन.सी.टी.एम).

कुकबर्न, ए. डी. 2005. *टीचिंग मैथमेटिक्स विद इनसाइट.* टेलर एंड फ्रांसिस ग्रुप. लंदन एंड न्यूयॉर्क प्रशिक्षण।

बुच, एम. बी. 1974. *फ़र्स्ट सर्वे ऑफ़ रिसर्च इन एजुकेशन.* राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, नयी दिल्ली.

———. 2006. *राष्ट्रीय पाठयचर्या की रूपरेखा 2005.* राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, नयी दिल्ली.

———. *राष्ट्रीय पाठयचर्या की रूपरेखा 2005. गणित शिक्षण. फोकस समूह का आधार पत्र-2005.* राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, नयी दिल्ली.

रा.शै.अ.प्र.प. 1991. *फ़ोर्थ सर्वे ऑफ़ रिसर्च इन एजुकेशन.* राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, नयी दिल्ली.

———. 1997. *फिफ़्थ सर्वे ऑफ़ रिसर्च इन एजुकेशन.* राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, नयी दिल्ली.

हायलॉक, डी. और फ़्. थांगता. 2007. *कीय कॉन्सेप्ट्स इन टीचिंग प्राइमरी मैथमेटिक्स.* सेज पब्लिकेशन. नयी दिल्ली.

© NCERT not to be republished