11

गणित में गलतियों का विश्लेषण

शिल्पा जायसवाल*

गणित एक मज़ेदार विषय है। यह रोज़मर्रा के जीवन का अभिन्न अंग है। आज के तकनीकी समय में इसका महत्व और भी बढ़ जाता है। देश में कक्षा 10 तक सभी बच्चों को गणित सीखना अनिवार्य है। कक्षा 10 तक उपयोगिताप्रधान गणित को स्कूल पाठ्यक्रम में शामिल किया गया है। आँकड़ों का विश्लेषण करने पर पता चलता है कि 10वीं कक्षा की बोर्ड की परीक्षा में फेल होने वाले बच्चों में, अन्य विषयों में फेल होने की तुलना में गणित में फेल होने वाले संख्या ज़्यादा होती है। *राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा 2005* बताती है कि कक्षा तीन तक आते-आते बच्चों में गणित न कर सकने का भाव आ जाता है। गणित में असफलता और व्यग्रता, गणित पढ़ने की प्रक्रिया में महत्वपूर्ण है। गणित में असफलता का एक कारण गणित में होने वाली गलतियाँ भी हो सकता है। शिक्षक गलतियों का विश्लेषण कर विद्यार्थियों को गणित सीखने में मदद कर सकते हैं। इस पत्र में गणित में गलतियों के विश्लेषण और उपचार की चर्चा की गई है।

गणित सीखने की प्रक्रिया में विद्यार्थी गलतियाँ करते हैं। शिक्षक लगभग रोज़ इन गलतियों से रूबरू होते हैं। गलतियाँ करना मनुष्य की प्रकृति है। हम सभी गलतियाँ कर-करके बोलना, चलना, दौड़ना आदि सीखते हैं। जब एक बच्चा चलना सीख रहा होता है तो वह बार-बार गिरकर चलना सीखता है। यदि बच्चा चलना सीखते हुए गिर जाए तो क्या हम सोचते हैं कि बच्चे को चलना नहीं आता और उसे छोड़ देते हैं। नहीं, हम ऐसा बिलकुल नहीं करते। बल्कि उसे उठने में मदद करते हैं और दोबारा चलने का प्रयास करने के लिए कहते हैं। गणित सीखना भी अन्य किसी क्रिया के सीखने के समान ही होता है। बस सीखने के साधन अलग हैं। गणित सीखने की प्रक्रिया में विद्यार्थियों की गलतियाँ यह संकेत देती हैं कि विद्यार्थी गणित सीख रहे हैं। गणित सीखते समय विद्यार्थियों द्वारा की गई गलतियाँ शिक्षकों को यह जानने में मदद करती हैं कि विद्यार्थियों ने कितना सीख लिया है और अब उन्हें क्या सीखना है या उन्हें सीखने में क्या कठिनाई आ रही है। ये गलतियाँ विद्यार्थियों के सीखने के तरीकों और कठिनाइयों को उजागर करती हैं। गलतियाँ शिक्षकों को विद्यार्थियों की समझ को समझने का अवसर देती हैं। ज्ञान का निर्माण करते समय गलतियाँ करना ज्ञान के निर्माण का एक सूचक होती हैं। विद्यार्थियों के द्वारा की गई गलतियाँ इस ओर इशारा करती हैं कि विद्यार्थी सीख रहे हैं। विद्यार्थियों की गलतियों को अनदेखा करने की बजाए उन्हें सीखने का एक सूचक मानना

* *शोधकर्ता*, जामिया मिल्लिया इस्लामिया, नयी दिल्ली 110025

© NCERT not to be republished

चाहिए। गलतियों को अनदेखा नहीं करना चाहिए। *राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा 2005* बताती है कि कक्षा 3 और 4 से अधिकांश बच्चे गणित की माँगों को पूरा करने में स्वयं को असमर्थ पाते हैं। बच्चे आनंदपूर्वक गणित सीखें इसके लिए ज़रूरी है कि शिक्षक विद्यार्थियों द्वारा की गई गणितीय गलतियों का विश्लेषण कर, इन्हें सुधारने में विद्यार्थियों की मदद करें।

गलतियों के प्रकार

गणित सीखते समय विद्यार्थी कई प्रकार की गलतियाँ करते हैं। गणित एक श्रेणीबद्ध विषय है इसलिए गणित में गलतियाँ अधिक होने की संभावनाएँ बढ़ जाती हैं।

अवधारणा संबंधी गलतियाँ

किसी भी अवधारणा को सीखते समय विद्यार्थी गलतियाँ करते हैं। ये गलतियाँ बताती हैं कि उन्होंने वह अवधारणा अभी नहीं सीखी या सीख रहे हैं। उदाहरण के लिए, बीजगणित में बहुपद की घात सीखते समय वे बहुपद की घात की जगह बहुपद के किसी चर का गुणांक लिख देते हैं।

गणना संबंधी गलतियाँ

विद्यार्थी सवालों को हल करते समय गणना संबंधी गलतियाँ भी करते हैं, जैसे 200 को 500 से गुणा करके वे 10000 लिख देते हैं।

मानक प्रक्रिया से संबंधित गलतियाँ

विद्यार्थी सवालों को हल करते समय कई बार सवालों को करने की प्रक्रिया में गलती कर देते हैं। उन्हें अवधारणा तो समझ आती है पर सवालों को हल करने की विधि में वे गलती कर देते हैं, जैसे 315 को 3 से भाग देने पर वह 15 उत्तर देते हैं।

लापरवाही से संबंधित गलतियाँ

लापरवाही से संबंधित गलती बार-बार नहीं होती। कई बार विद्यार्थी सवालों को हल करते समय एक बार लापरवाही से गलती करते हैं और बाद में उस गलती को सुधार लेते हैं, जब उन्हें सही उत्तर नहीं मिलता।

अन्य गलतियाँ

कई बार विद्यार्थी सवालों को हल करते समय ऐसी गलती करते हैं जिसे ऊपर लिखित किसी भी प्रकार का नहीं कहा जा सकता। इन गलतियों को अन्य गलतियाँ कहा जा सकता है।

गलतियों के कारण

विद्यार्थी कई कारणों से गणित सीखते समय गलतियाँ करते हैं। सवालों को हल करते समय उन्हें पता भी नहीं चलता और गलती हो जाती है। बाद में जब वे या उनके शिक्षक उनका हल देखते हैं तब उन्हें उनकी गलती पता चलती है। गलतियों के कुछ प्रमुख निम्नलिखित संभावित कारण हैं।

पूर्व ज्ञान का अभाव

किसी भी अवधारणा को सीखने के लिए कुछ पूर्व ज्ञान की आवश्यकता होती है। जैसे, संख्या सीखने से पहले पूर्व संख्या अवधारणाओं के ज्ञान की आवश्यकता होती है। गणित में अवधारणाएँ सिलसिलेवार सीखी जाती हैं। यदि विद्यार्थी ने एक अवधारणा नहीं सीखी तो वह उस अवधारणा के बाद आने वाली अवधारणा कठिनाई से सीखेगा

© NCERT not to be republished

और उस अवधारणा को सीखते समय गलती होने की आशंका बढ़ जाती है।

भाषा की जटिलता

विद्यार्थी की अपनी भाषा की समझ और सवाल की भाषा के कारण भी गलतियाँ हो जाती हैं।

सवाल की जटिलता

कई बार सवाल विद्यार्थियों के लिए जटिल होता है। ऐसे में गलती होने की संभावना बढ़ जाती है और कक्षा में ज़्यादातर विद्यार्थी ऐसे सवालों को हल करते समय गलती करते हैं।

समय का अभाव

सवालों को हल करते समय विद्यार्थी जल्दबाजी में प्रक्रिया से संबंधित गलती कर देते हैं। कई बार समय कम होने की वजह से वे सवालों को हल करने के लिए हल को छोटा कर देते हैं और सभी चरण नहीं करते जिससे गलती होने की संभावना बढ़ जाती है।

लापरवाही

विद्यार्थी सवालों को अपनी उत्तरपुस्तिका में लिखते समय अंकों या चिह्नों को अनजाने में बदल देते हैं जिससे उनके सवाल के हल गलत हो जाते हैं। विद्यार्थी सवालों को हल करते समय पन्ना पलटने के बाद अंक या चिह्न बदल देते हैं और उनका हल गलत हो जाता है। इसके अलावा उनको सवाल करते समय छोटी-मोटी गणना अपनी कॉपी में आखिरी पन्ने पर करने की आदत होती है और वहाँ से गणना करके आगे वापस लिखने में वे गलती कर देते हैं, जिससे सवाल का हल गलत हो जाता है।

सूत्र को रटना

गणित में विद्यार्थी सूत्रों को रटकर याद करते हैं और जब सवालों को हल करने के लिए सूत्रों का उपयोग करना होता है तब उन्हें वे सूत्र याद नहीं आते, जिससे उनके हल गलत हो जाते हैं।

गलत धारणाएँ और वैकल्पिक अवधारणाएँ

विद्यार्थी गणितीय अवधारणाओं को सीखते समय कुछ गलत धारणाएँ/वैकल्पिक अवधारणाएँ बना लेते हैं। यह गलत धारणाएँ/वैकल्पिक अवधारणाएँ वे अपने अनुभवों के आधार पर बनाते हैं। ये गलत धारणाएँ/वैकल्पिक अवधारणाएँ उन्हें नयी अवधारणा को सीखने में बाधक होती हैं। गणित क्रमबद्ध तरीके से सीखा जाता है। दो अंकों की जमा सीखने से पहले स्थानीय मान की समझ और एक अंकों के योग की समझ ज़रूरी है। यदि विद्यार्थी ने एक अवधारणा को नहीं समझा तो उसे आगे आने वाली अवधारणाओं को सीखने में कठिनाइयों का सामना करना पड़ता है। इस स्थिति में विद्यार्थी अपने आप को गणित सीखने में असमर्थ महसूस करने लगता है।

अपने नियम बनाना

विद्यार्थी गणित सीखते समय कुछ नियमों का निर्माण कर लेते हैं और उन्हीं नियमों की सहायता से सवालों को हल करते हैं। विद्यार्थी अपने सीमित ज्ञान के साथ नियम बनाकर उनका सामान्यीकरण करते हैं, जैसे बड़ी संख्या में से छोटी संख्या घटाते हैं और जब 11 में से 9 घटाना होता है तब ज़्यादातर विद्यार्थी नियम के आधार पर उत्तर 18 लिख देते हैं और उनके अनुसार उनका उत्तर बिलकुल ठीक होता है। घटा की

© NCERT not to be republished

अवधारणा सीखते समय विद्यार्थी यह नियम बना लेते हैं और स्थानीय मान की अवधारणा सीखने के बाद जब दोबारा घटा की अवधारणा दो अंकों या उससे अधिक अंकों के साथ सीखते समय, वे इस प्रकार की गणितीय गलतियाँ करते हैं। शिक्षकों को विद्यार्थियों की नियम बनाने में मदद करनी चाहिए और इस बात का ध्यान रखना चाहिए कि उनके द्वारा बनाए गए नियम अन्य किसी अवधारणा या उसी अवधारणा के सीखने में बाधक नहीं हों।

गलतियों का विश्लेषण

गलतियों के विश्लेषण का अर्थ है कि गलतियों को पहचानना, उनके संभावित कारणों को सूचीबद्ध करना तथा गलतियों के कारणों को ध्यान में रखकर गलतियों को सुधारने में विद्यार्थियों की मदद करना।

गणित में कोई भी अवधारणा को सीखते समय विद्यार्थियों द्वारा की गई गलतियों का विश्लेषण करना अति आवश्यक होता है। गलतियों का विश्लेषण करने के लिए सबसे पहले विद्यार्थियों द्वारा गणित में की गई गलतियाँ एकत्रित करनी होती हैं। गलतियों के अनेक स्रोत होते हैं। शिक्षक विद्यार्थियों के कक्षा कार्य का निरीक्षण करके गलतियों को ढूँढ़ सकते हैं और इसी प्रकार गृह कार्य का निरीक्षण करके भी गलतियों को ढूँढ़ सकते हैं। उनकी परीक्षा की उत्तरपुस्तिकाओं से भी बहुत-सी गलतियाँ मिल जाती हैं। किसी अवधारणा में की गई गलतियों को एकत्रित करने के बाद, शिक्षक को इन एकत्रित गलतियों को छाँटना होगा। गलतियों को छाँटकर कुछ वर्ग या श्रेणी बनानी होगी। परंतु उनको श्रेणीबद्ध या वर्गीकृत करने से पहले शिक्षकों को कुछ आधार निश्चित करने होंगे। कई शोधकर्ताओं, जैसे— रडट्ज़ (1979), क्लेमेंट्स (1982), कौर (1985), सरला (1990), सुब्रमण्यम (1996), कोन्नेल्ल (1993) आदि ने भी गलतियों को वर्गीकृत किया है। गलतियों को वर्गीकृत करने के सभी शोधकर्ताओं के आधार उनके परिप्रेक्ष्य में सार्थक थे। उन्होंने गलतियों को उनके कारणों के आधार पर वर्गीकृत किया। न्यूमैन (1977) ने लिखित गणितीय समस्याओं में होने वाली गलतियों को पढ़ने से संबंधित गलतियाँ, समझ से संबंधित गलतियाँ, समस्या को गणित में बदलने संबंधित गलतियाँ, प्रक्रिया संबंधित गलतियाँ, गणितीय समाधान को वापस भाषा में बदलने संबंधित गलतियाँ आदि वर्गों में बाँटा। अन्य शोधकर्ताओं ने लापरवाही की वजह से होने वाली गलतियाँ, अवधारणा संबंधी गलतियाँ, प्रक्रिया संबंधी गलतियाँ, गणना संबंधी गलतियाँ, व्यवस्थित गलतियाँ, बग्स इत्यादि वर्गों में बाँटा है। रडट्ज़ (1979) के अनुसार गलतियों को वर्गीकृत करने में बच्चों की वैयक्तिक भिन्नताओं के साथ यह भी सोचना होगा कि गलतियाँ शैक्षिक प्रक्रिया के कारण भी होती हैं, जिसमें शिक्षक, पाठ्यक्रम, वातावरण आदि कारण हो सकते हैं। गलतियों को किसी आधार पर वर्गीकृत करना तथा पैटर्न बनाना गलतियों के विश्लेषण का प्रथम चरण होता है।

गलतियों को वर्गीकृत करने के बाद इन गलतियों के उपचार के लिए इनके कारणों को जानना ज़रूरी है तभी शिक्षक विद्यार्थियों को गलतियाँ सुधारने में मदद कर पाएँगे। कुकबर्न (2005) ने गलतियों के कारणों में बच्चों के अनुभवों, विषयज्ञता, ज्ञान और समझ,

© NCERT not to be republished

कल्पना और रचनात्मकता, मनोदशा, दृष्टिकोण और आत्मविश्वास के साथ शिक्षकों के अनुभव, विषयज्ञता, ज्ञान और समझ, मनोदशा, दृष्टिकोण एवं आत्मविश्वास तथा कार्य की जटिलता को भी गलतियों का कारण बताया है। कारणों को जानने के लिए शिक्षक को सभी पहलुओं को ध्यान में रखना होगा। कुकबर्न (2005) द्वारा बताए गए सभी कारणों को भी शिक्षक अपने परिवेश में सोच सकते हैं। सभी पहलुओं पर सोच-विचार करने के साथ-साथ विद्यार्थियों से उनकी गलतियों के बारे में बात करनी ज़रूरी है। विद्यार्थियों से बात करके कारणों का पता लगाने के लिए शिक्षक न्यूमैन (1977) द्वारा बताए गए सवालों को पूछ सकते हैं या अपने अनुसार सवाल पूछ सकते हैं। न्यूमैन (1977, 1986) ने पाँच सवालों की मदद से गलतियों के कारणों का पता लगाया। ये पाठ्यपुस्तक सवाल विद्यार्थियों को कहाँ पर मदद की ज़रूरत है, यह पता लगाने में मदद करेंगे। शिक्षक अपने परिवेश के अनुसार सवाल पूछ सकते हैं। न्यूमैन द्वारा दिया गया मॉडल इबारती सवालों में विद्यार्थियों द्वारा की गई गणितीय गलतियों का पता लगाने में ज़्यादा उपयुक्त होगा। न्यूमैन ने निम्नलिखित सवालों की मदद से गलतियों को वर्गीकृत किया तथा बच्चों को गलतियाँ सुधारने में मदद की।

1. कृपया सवाल पढ़ो।
2. सवाल आपसे क्या करने को कह रहा है?
3. आप सवाल कैसे हल करोगे?
4. सवाल हल करके दिखाओ।
5. अपना उत्तर लिखो।

कई बार शिक्षकों के समक्ष ऐसी गलतियाँ आती हैं जो उन्होंने पहले कभी नहीं देखीं या शोध द्वारा बताई गई गलतियों से अलग हैं। ऐसे में ज़रूरी है कि शिक्षक विद्यार्थियों से बात करें और उन गलतियों का कारण जानने की कोशिश करें। गलतियों का विश्लेषण करने के बाद उनके सुधारों के लिए शिक्षक उपयुक्त कदम उठा सकते हैं।

गणित में होने वाली गलतियों के उपचार

गणित में विद्यार्थियों द्वारा की गई गलतियों को सुधारने के लिए गलतियों का विश्लेषण ज़रूरी है। गलतियों का विश्लेषण कर शिक्षक उपयुक्त उपचार कर सकते हैं।

गलतियों के लिए सारी कक्षा को दोबारा पढ़ाना हर बार संभव नहीं होता। कभी-कभार अवधारणा को दोबारा समझाया जा सकता है। इससे सभी विद्यार्थियों को दोबारा सीखने का अवसर अवश्य ही मिलता है। यह विधि हर बार इस्तेमाल करने से कक्षा के छोटे से प्रतिभाशाली वर्ग तथा बड़े असहभागी वर्ग के विद्यार्थी निराश होते हैं। *राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा 2005* ने पाठ्यचर्या को छोटे से प्रतिभाशाली वर्ग के साथ असहभागी बड़े वर्ग के विद्यार्थियों को निराश करने को एक समस्या के रूप में देखा है।

हमारे समाज में गलतियों को नकारात्मक दृष्टिकोण से देखते हैं। ऐसे में एक शिक्षक को कक्षा का माहौल बदलना चाहिए। कक्षा में गलतियों को सहज तरीके से लेना चाहिए। विद्यार्थियों को गलतियों पर डाँटना या फटकारना नहीं चाहिए। विद्यार्थी डाँट या फटकार के डर से अपनी गणितीय गलतियों को

© NCERT not to be republished

छुपा लेते हैं या गलती हो जाएगी, इस डर के कारण सवाल हल नहीं करते। इस स्थिति में शिक्षकों को विद्यार्थियों की गणितीय गलतियाँ पता ही नहीं चल पातीं। इसके कारण उन्हें विद्यार्थियों की गणितीय सोच नहीं पता चलती।

इस स्थिति को देखते हुए शिक्षकों को गणितीय गलतियों का समाधान और भी ध्यान से करना होगा। गलतियों का विश्लेषण यह तय करने में मदद करता है कि एक शिक्षक को आगे क्या करना है? कैसे और किस तरह से विद्यार्थियों की गणितीय गलतियों को सुधारने और गणित पढ़ने में मदद करनी है। गणितीय गलतियों की चर्चा कक्षा में करने से और गलतियों के प्रति सकारात्मक रवैया रखने पर विद्यार्थी इन्हें सहज तरीके से लेने लगते हैं तथा गलतियों पर बात करने लगते हैं और विद्यार्थियों की सोच का गणितीयकरण होने लगता है।

निष्कर्ष

हम सभी जानते हैं कि कोई भी जानबूझ कर गलती नहीं करता, गलती समझ पक्की नहीं होने की वजह से होती है। जरा सोचिए, जिसने कभी साइकिल चलानी नहीं सीखी और वह अचानक साइकिल पर चढ़े और उसे चलाने लगे तो कैसा लगेगा? आश्चर्य होगा। हम सभी ने साइकिल चलाना सीखते समय गलती की होगी। गलतियों को सीखने के प्रतिफल मानकर उनसे सीखने के अवसरों का निर्माण करना चाहिए। प्राथमिक स्तर पर ही गलतियों का विश्लेषण करना चाहिए। जैसे-जैसे स्तर बढ़ता है गलतियों के होने की संभावनाएँ भी बढ़ जाती हैं। यदि निचले स्तरों पर विद्यार्थियों की गलतियों को सुधारा नहीं जाए तो गलतियाँ जटिल हो जाती हैं और उनका उपचार मुश्किल हो जाता है। ऐसे में इन गलतियों के कारणों का पता लगाना भी आसान नहीं होता।

संदर्भ

कुकबर्न, ए. डी. 2005. *टीचिंग मैथमेटिक्स विथ इनसाइट*. टेलर एंड फ्रांसिस ग्रुप, लंदन एंड न्यूयॉर्क.

क्लेमेंट्स, एम. ए. 1982. केयरलेस एरर मेड बाय सिक्स्थ ग्रेड स्टूडेंट्स ऑन रिटन मैथमेटिकल टास्क. *जर्नल फ़ॉर रिसर्च इन मैथमेटिक्स एजुकेशन*, वॉल्यूम 13, नंबर 2. नेशलन काउंसिल ऑफ़ टीचर्स ऑफ़ मैथमैटिक्स.

बायोग्राफी ऑफ़ एनी न्युमन एस ए टीचर. एनीन्यूमन.कॉम.एयू http://annenewman.com.au/content/biography-anne-newman-teacher 7 जून 2018 को देखा गया.

बुच, एम. बी. 1974. *फर्स्ट सर्वे ऑफ़ रिसर्च इन एजुकेशन*. राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, नयी दिल्ली.

——. 1991. *फ़ोर्थ सर्वे ऑफ़ रिसर्च इन एजुकेशन*. राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, नयी दिल्ली.

——. 1997. *फ़िफ़्थ सर्वे ऑफ़ रिसर्च इन एजुकेशन*. राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, नयी दिल्ली.

रडट्ज़, एच. 1979. एरर एनालिसिस इन मैथमेटिक्स एजुकेशन. *जर्नल फ़ॉर रिसर्च इन मैथमेटिक्स एजुकेशन*, वॉल्यूम 10, नंबर 3. नेशलन काउंसिल ऑफ टीचर्स ऑफ मैथमैटिक्स.

रा.शै.अ.प्र.प. 2005. *राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा 2005*. राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, नयी दिल्ली.

——. 2005. *गणित शिक्षण फोकस समूह का आधार पत्र*. राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, नयी दिल्ली.

हायलॉक, डी. और थांगता. 2007. *की कॉन्सेप्ट्स इन टीचिंग प्राइमरी मैथमेटिक्स*. सेज पब्लिकेशन, नयी दिल्ली.

© NCERT not to be republished