गिनने की समझ

सत्यवीर सिंह *

अनिल कुमार तेवतिया**

बच्चे विद्यालय में प्रवेश लेने से पूर्व ही कम-ज़्यादा, छोटा-बड़ा जैसे शब्दों का प्रयोग वस्तुओं के संदर्भ में करते हैं, जैसे — यह बड़ी गेंद है, यह गुब्बारा बड़ा है, आदि। बच्चे अपने परिवेश में अपने से बड़ों को गिनते हुए देखते-सुनते हैं। इससे प्रेरित होकर तथा बड़ों का अनुसरण करते हुए बच्चे भी विभिन्न वस्तुओं को गिनने का प्रयास करते हैं। बच्चे प्रायः वस्तुओं को अव्यवस्थित या बिना क्रम से गिनते हैं, जैसे — एक, तीन, पांच, आठ आदि। जब बच्चा एक बोलता है, तो शायद वह एक वस्तु को अलग न कर पाए अर्थात् वह गिनने की प्रक्रिया में संगत वस्तुओं को अलग न कर पाए। गिनना सिखाने की शुरुआत में बच्चों के इस पूर्व ज्ञान का लाभ उठाना चाहिए और बच्चों को क्रमिक रूप से मूर्त वस्तुओं के साथ गिनने के क्रियाकलापों में संलग्न करना चाहिए। यदि बच्चे संख्याओं के नाम गिनती के क्रम में बोलना सीख जाएँ तो इसका मतलब है कि वे गिनना या संख्याओं को जान गए हैं या कहें कि उन्हें संख्या की अवधारणा स्पष्ट हो गई है। जबकि बच्चों में संख्या की समझ धीरे-धीरे एवं क्रमबद्ध रूप में ही विकसित होती है। अतः संख्या का अर्थ समझने के पहले आवश्यकता इस बात की है कि उनमें 'वर्गों में बाँटना अर्थात् वर्गीकरण करना', 'क्रम में रखना' तथा 'एक-एक की संगति बनाना' जैसी क्षमताओं का विकास किया जाए। शिक्षक / शिक्षिका इस बात पर गौर करें कि बच्चे में वर्गीकरण करने, क्रम में रखने और एक-एक संगतिकरण करने की क्षमता का विकास करने के लिए कौन-कौन सी गतिविधियों एवं संदर्भों का सहारा लिया जा सकता है। अगर एन.सी.एफ.–2005 को आधार बनाया जाए तो

* *प्राचार्य,* एस. एन. आई. कॉलेज, पिलाना,बागपत

** *प्राचार्य,* डायट, दिलशाद गार्डन, नयी दिल्ली

Chapter 10.indd 84 5/11/2017 3:08:17 PM

शिक्षकों को रचनावादी उपागम के आधार पर बच्चों के सीखने के लिए रोचक गतिविधियों द्वारा अवधारणाओं को खोजने का मौका देना चाहिए।

'बच्चे 10 तक या 20 तक गिनती सीख गए हैं', ऐसे कथन सीखने-सिखाने की प्रक्रिया के शुरू के दिनों में सुनने को मिलते हैं। प्रायः प्रथम कक्षा में बच्चों को श्यामपट्ट पर 1 से 10 तक संख्या लिखकर उन्हें कापी में उतारने और फिर रटने को कहा जाता है। बच्चे अपनी-अपनी कापी में अंकों को लिखते हैं। जब बच्चा 10 तक लिख लेता है, उसे फिर आगे के क्रम की संख्याओं को इसी प्रकार लिखने के लिए कहा जाता है। लेकिन क्या बच्चों में इस प्रकार से गिनती की अवधारणा की समझ विकसित की जा सकती है? शायद नहीं! उन्हें यह मालूम नहीं होता है कि वे क्या लिख रहे हैं? क्यों लिख रहे हैं? ऐसा करके हम न सिर्फ बच्चे के सीखने की प्रक्रिया के साथ खिलवाड़ करते हैं बल्कि बच्चे के गणित सीखने की क्षमताओं के विकास में बाधा उत्पन्न करते हैं। हो सकता है, बच्चा आगे चलकर गणित से डरने लगे अथवा उसे कठिन समझने लगे अथवा गणित की कक्षा समाप्त होने की प्रतीक्षा करे तो इसमें कोई आश्चर्य की बात नहीं होगी।

"गिनना क्या होता है?" और "कब कहेंगे कि गिनना आता है?" जैसे प्रश्न बहुत आसान लगते हैं। कोई भी इन प्रश्नों के सही-सही जवाब दे सकता है। बहुत-सी कक्षाओं में गिनती रटवाकर यह समझ लिया जाता है कि बच्चों को गिनना आ गया। ज़ोर गिनती को क्रम से बोलने पर होता है, हम बच्चों को गिनती बोलते देखकर खुश हो जाते हैं, इस कारण गिनने की अवधारणा कहीं खो जाती है। "गिनती कर पाने" के कौशल पर शायद पुनः सोचने की ज़रूरत है। गिनना क्या होता है?' और 'कब कहेंगे कि गिनना आता है?' इन प्रश्नों के जवाब में बच्चों से गिनवाकर देखेंगे?क्या उससे गिनती बुलवाने से पता चल जाएगा कि उसे गिनना आता है या नहीं?

उदाहरण के लिए, किसी बच्चे को कुछ पेंसिल देकर कहें कि बताओ कितनी पेंसिल हैं? और बच्चा न बता सके। लेकिन उससे यह कहने पर कि सौ तक गिनती बोलो वह बिना गलती किए गिनती बोल दे। तो? क्या आप मानेंगे कि उसे गिनना आता है? शायद नहीं? क्योंकि गिनना आने का एक मतलब तो यही है कि किसी समूह में चीज़ों की संख्या पता कर सके। इसका अर्थ है कि बच्चे को अभी गिनना नहीं आया है।

मान लीजिए, आपने सिखाने की कोशिश की और अगले दिन (या कुछ दिन बाद) वह वस्तुओं की संख्या भी बता दे, तो क्या आप कह सकते हैं कि अब बच्चे को गिनना आ गया है?

बच्चे को कुछ कंचे देकर कहें कि इनमें से दस (या कोई भी संख्या) कंचे निकालकर दीजिए और बच्चा जो कंचे निकालकर दे उनकी संख्या दस के बजाय कुछ और हो। तो क्या उसको गिनना आ गया?

शायद अब भी नहीं क्योंकि दी गई चीज़ों की संख्या बताने के साथ ही मांगी गई संख्या में चीज़ें देना भी आना चाहिए, नहीं तो गिनती अधूरी ही

रहेगी। और आपने उसे फिर कुछ दिन सिखाया। मान लीजिए अब बच्चा ये तीन काम ठीक से कर सकता है; एक से सौ तक बिना गलती किए गिनती बोलना, सौ तक के समूह में चीज़ों की संख्याएँ बताना और चीजों के बड़े ढेर में से सौ तक जितनी वस्तुएँ चाहो, उतनी वस्तुएँ दे पाना।

क्या अब आप कह सकते हैं कि "बच्चे को गिनना आता है" सोचो अब क्या प्रश्न हो सकता है? बच्चे से सौ से आगे गिनती बोलने को कहा जा सकता है या चीजें गिनने को कह सकते हैं और सौ से आगे बच्चे को गिनना आता नहीं है। तो आपको अपनी बात को कुछ सीमित करना होगा, आप कह सकते हैं, "बच्चे को सौ तक गिनना आता है"।

मान लीजिए, सौ मोतियों के दो समूह देकर पूछा जाए, "बताओ कौन-से समूह में मोतियों की संख्या ज्यादा है?" और बच्चा न बता सके। तो क्या मानेंगे कि बच्चे को गिनना आ गया? शायद अभी नहीं; क्योंकि गिनने का एक मतलब यह भी है कि बच्चा वस्तुओं के दो समूह में तुलना कर सके। तो आपका गिनती सिखाने का काम अभी बाकी है। मान लीजिए यह भी आपने सिखा दिया। तो अब क्या सवाल हो सकता है? शायद कुछ नहीं। चलिए, अब हम मान लेते हैं कि बच्चे को गिनना आ गया।

अभी तक की चर्चा में गिनना आने का अर्थ है–

1. गिनती बोलना या संख्या नाम क्रम से याद होना,
2. किसी समूह में चीज़ों की संख्या पता कर पाना,
3. जितनी चाहें उतनी चीज़ों का समूह बनाना, और
4. दो समूहों में तुलना करना कि किसमें ज़्यादा चीज़ें हैं।

थोड़ा सोचने पर आप पाएँगे कि इनमें गिनती याद होना बाकी आगे के काम करने के लिए ज़रूरी है। बिना गिनती याद हुए बाकी चीज़ें की ही नहीं जा सकतीं। तो यदि कोई बच्चा समूह में चीज़ों की सही संख्या बता देता है तो उसी से सिद्ध हो जाता है कि उसे गिनती याद भी है। अर्थात् आप 2, 3 या 4 को जाँच लें तो 1 को अलग से जाँचने की ज़रूरत नहीं है। यह भी ध्यान देने की बात है कि यहाँ हमने बच्चे के सौ तक गिनना जानने की बात की है। यदि यह सीमा (सौ तक की) हटाना चाहें तो ये भी मानना होगा कि उसे जितनी चाहे वहाँ तक गिनती आती है या वह गिनती बना सकता है, या उसे जितनी गिनती आती है उसके आधार पर आगे की संख्याओं को समझ सकता है। उदाहरण के लिए, यदि किसी को बीस तक ही गिनती के नाम याद हों और वह चौबीस को "दो दहाई और चार" बताए तो अपनी गिनती को आगे संख्याएँ जानने के लिए काम में ले रहा है। उसे गिनती नाम तो बीस तक ही आते हैं पर गिनना तो आगे भी आता है। इस नई शर्त को हम इस प्रकार कह सकते हैं कि, "किसी समूह में एक चीज़ बढ़ा दें तो नए समूह में चीज़ों की संख्या जानना"। ये हमारी पाँचवी शर्त हो सकती है। हम कह सकते हैं कि किसी को गिनने की अवधारणा स्पष्ट होने का अर्थ है – गिनती बोलना या संख्या नाम क्रम से याद होना, समूह में वस्तुओं की संख्या बता पाना, चाही गई संख्या वाला समूह बना पाना, दो समूहों में अवयवों की संख्या के हिसाब से छोटा / बड़ा बता पाना और किसी भी समूह में एक चीज़ मिला दें तो नए बने समूह में वस्तुओं की संख्या बता पाना।

'गिनना' क्या नहीं?

सामान्यतयाः कुछ कौशल और अवधारणाएँ गिनने का हिस्सा मानी जाती हैं, जैसे — गिनने को क्रम निर्धारण के लिए काम में लेना, आरोह-अवरोह, जोड़-घटाव। गिनना सिखाने से पहले बच्चों को क्या सिखाएँ यह जानना ज़रूरी है? उदाहरण के लिए, एक-एक संगति गिनती की अवधारणा के लिए ज़रूरी है। इसके बिना आप गिन ही नहीं सकते। पर यदि आप किसी समूह में चीजों की संख्या बता देते हैं तो प्रमाणित हो जाता है कि आपको एक-एक संगति की अवधारणा स्पष्ट है।

किसी समूह में चीजों का क्रम समझना, अर्थात् पहला, दूसरा, तीसरा आदि समझना और बताना आदि के लिए क्रम से गिनने की कोई ज़रूरत नहीं होती। बस गिनना और संख्या ज्ञात करना ज़रूरी होता है। जैसे कक्षा में कितने बच्चे हैं, मेरे बैग में कितनी किताबें हैं, किसी स्कूल में कितने कमरे हैं। इन सब उदाहरणों में बच्चों, किताबों और कमरों का क्रम जानना जरूरी नहीं है। गिनने की अवधारणा स्पष्ट होने में एक-अधिक समझ पाना और बता पाना है, दो संख्याओं में कम-ज़्यादा बताना आवश्यक है। कहा जाता है कि दो संख्याओं को जोड़ना जब तक नहीं आता यह नहीं कहा जा सकता कि गिनना आता है। पर जोड़ने में दो संख्याओं को मिलाकर उनके बराबर तीसरी संख्या बनाने की प्रक्रिया है, जबकि गिनने के सारे पक्षों में हम कोई नई संख्या कहीं भी नहीं बना रहे।

गिनना सीखने के पूर्व कौशल या पूर्व संख्या अवधारणाएँ

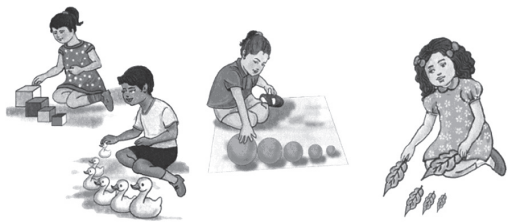
"पूर्व संख्या अवधारणाएँ" (pre number concept) हैं– क्रम, समूह बनाना या वर्गीकरण करना, एक-एक संगति। इनके साथ ही यह समझना आवश्यक है कि एक-एक-संगति में बोला गया आखिरी संख्या नाम समूह में चीजों की संख्या बताता है।

वस्तुओं को क्रमबद्ध करना/ अनुक्रम बनाना– जब बच्चे एक, दो, तीन आदि बोलते हैं तो यह एक निश्चित क्रम में ही बोला जाता है, तभी यह गिनती बनती है। कभी इस, और कभी उस क्रम में बोलने से संख्यानाम नहीं बन सकते। यदि हम एक, चार, दस,.... ऐसे किसी भी क्रम में बोलने लगें तो ऐसी गिनती का कोई अर्थ नहीं होगा। क्रम को सीखने के लिए अभ्यास की ज़रूरत होती है। अमूर्त रूप से यह अभ्यास भाषा सीखने में निहित है, जब हम कोई वाक्य बोलते हैं तो शब्दों का एक निश्चित क्रम होता है। विभिन्न प्रकार के क्रम और पैटर्न बनाना गिनती सीखने की तैयारी के लिए बहुत उपयोगी होता है।

वस्तुओं को क्रमबद्ध करने का अर्थ है वस्तुओं को किसी नियम के अंतर्गत क्रम से रखना। बच्चों में क्रमबद्धता की समझ विकसित करने के लिए निम्नलिखित गतिविधियाँ उनसे कराई जा सकती हैं –

बच्चों को एक ही प्रकार की वस्तु को उनके आकार के बढ़ते क्रम में या घटते क्रम में रखने के लिए कहें, जैसे — बटन, पत्ते, खिलौने इत्यादि को उनके बढ़ते आकार के क्रम में रखने को कहा जा

सकता है। अलग-अलग आकारों की गेंद को उनके बढ़ते या घटते आकार के आधार पर रखने के लिए, विभिन्न लंबाइयों की पेंसिल को उनके बढ़ते या घटते लंबाई के आधार पर क्रम से रखने के लिए बच्चों को कहा जा सकता है।



क्रम में सजाना

एक-एक-संगति

गिनने में हम एक संख्या नाम और एक वस्तु का आपस में मिलान करते हैं, जैसे — "एक" शब्द के साथ एक गेंद, "दो" शब्द के साथ एक और गेंद, इसी तरह तीन, चार, आदि के लिए। इसमें किसी एक शब्द के साथ दो गेंद नहीं जोड़ते, किसी एक कंचे के साथ दो संख्या नाम भी नहीं जोड़ते और जिस समूह की चीज़ों को गिनना है उसकी कोई चीज़ शेष भी नहीं छोड़ते। यह कौशल बच्चों में मूर्त चीज़ों की सहायता से अभ्यास के द्वारा विकसित किया जा सकता है।

एक-एक की जोड़ी या संगत बनाते समय प्रायः कम, अधिक या बराबर जैसे शब्दों का इस्तेमाल होता है।

एक से एक मिलान

उदाहरण के लिए –

नीचे दिए गए चित्र में क्या आप आसानी से बता सकते हैं कि कुत्तों की संख्या ज्यादा है या बिल्लियों की?

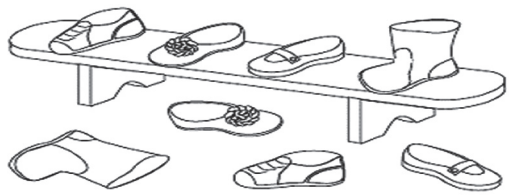
परंतु यह काम बच्चे बिना गिने एक-एक की जोड़ी या संगति बनाकर आसानी से बता सकते हैं—

एक-एक की जोड़ी या संगति बनाकर आसानी से बता सकते हैं कि कुत्तों की संख्या, बिल्लियों से ज़्यादा है। इस स्तर पर कितनी ज़्यादा हैं, इस तरह के प्रश्न नहीं पूछे जाने चाहिए।

जोड़ी या संगत बनाने के लिए नीचे कुछ गतिविधियाँ दी गई हैं—

6 पेंसिल लीजिए। उन्हें कतार से रखें। उसके बाद बच्चों को उतने रबड़ रखने के लिए कहें, जितनी पेंसिल हैं।

- बिना ढक्कन के 7 स्केच पेन एक कतार में रखें तथा कुछ ढक्कन एक बॉक्स में रखें। तत्पश्चात् बच्चों से कहा जा सकता है कि स्केच पेन के रंग का ढक्कन बॉक्स में से निकालकर स्केच पेन में लगाएँ।
- समान गुण वाली वस्तुओं के समूह तैयार करें। एक समूह की वस्तुओं को दूसरे समूह की वस्तुओं के साथ एक-एक के मिलान के माध्यम से किस समूह में ज़्यादा तथा किस समूह में कम वस्तुएँ हैं? बताएँ।
- लाइन खींचकर सही जोड़े का मिलान करके एक जैसा रंग भरिए –
- समूह बनाना या वर्गीकरण करना।



समूह बनाना या वर्गीकरण करना

गिनने के लिए समूह बनाना या वर्गीकरण करना जरूरी होता है। संख्या की अवधारणा किसी समूह की मात्रा को समझने की है, मात्रा से यहाँ अर्थ है उसमें उपस्थित अलग-अलग इकाइयाँ। जब हम कहते हैं कि "इस कक्षा में बच्चों की संख्या बताइए" तो कक्षा में कौन है और कौन नहीं है यह जानना ज़रूरी है। इसी तरह कौन बच्चा है और कौन नहीं यह जानना भी ज़रूरी होता है। समूह की समझ और समूह बना पाना, उसे देख पाना गिनने के लिए ज़रूरी है। यह सिखाने के लिए मूर्त चीजों के साथ बहुत-सी गतिविधियाँ करने की ज़रूरत होगी।

मान लीजिए, आप कंचों के एक ढेर को गिन रहे हैं। तो जिस ढेर को गिनना है वह आपका गिनती के लिए समूह है। जब आप एक कंचे को गिनते हैं

(उसे संख्या-नाम "एक" से संबंधित कर देते हैं) तो आप उसे अपने मूल समूह से अलग कर देते हैं, अब इसे दोबारा नहीं गिनना है। फिर आप दूसरे कंचे को गिनते हैं और उसे भी अलग कर देते हैं। इस तरह अपने मूल समूह को लगातार दो उप-समूहों में बाँटते जाते हैं जो गिन लिए गए और जिन्हें गिनना शेष है। ये दोनों उप-समूह गिनने की प्रक्रिया के आगे बढ़ने के साथ-साथ बदलते जाते हैं। शुरू में जो गिन लिए गए उनको थोड़ा खिसकाकर अलग कर लेना ठीक रहेगा, जिससे किसी को पुनः गिनने की भूल न हो। बच्चों को इसका अभ्यास करना होता है। इन मूर्त चीज़ों से आरंभ किया जा सकता है। आखिरी संख्या-नाम समूह में चीज़ों की संख्या बताता है।

आइए, ऐसी कुछ गतिविधियों पर विचार करें, जिनसे बच्चों में समूहीकरण/वर्गीकरण की क्षमता विकास करने में मदद मिल सके।

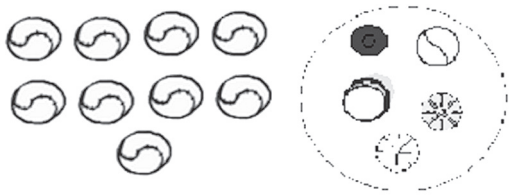
वस्तुओं के वर्गीकरण की क्षमता का विकास

बच्चे बहुत-सी वस्तुओं का समूह बनाते हैं, जैसे रंग-बिरंगे कंचे, गेंद, बटन, पत्थर के टुकड़े, खिलौने, गुब्बारा या ऐसी ही अन्य बहुत-सी वस्तुएँ जो उनके खेल का हिस्सा होती हैं, आदि। इन वस्तुओं को बच्चों को वर्गीकरण करने के लिए कहें तथा उनके वर्गीकरण करने के तरीके का अवलोकन करें। क्या बच्चा विभिन्न वस्तुओं के समूह से एक ही तरह की वस्तुओं का अलग समूह बना पाता है? और अगर करता है तो किस ढंग से करता है या उसका तरीका क्या है? वर्गीकरण करने का उसका अपना तर्क होगा, उस तर्क को जानने का प्रयास करना चाहिए। हो सकता है बच्चा रंग के आधार पर या बनावट के आधार पर या किसी अन्य विशेषता के आधार पर वस्तुओं को अलग-अलग करे। वर्गीकरण से संबंधित कुछ गतिविधियाँ निम्नलिखित हो सकती हैं, जिनके माध्यम से बच्चों में वस्तुओं को समूहीकृत या वर्गीकृत करने की क्षमता का विकास किया जा सकता है।

बच्चों को तरह-तरह की सामग्री अर्थात् अलग-अलग रंग, आकार, तल इत्यादि खेलने के लिए दें। खेलते समय वे स्वयं उन चीजों को व्यवस्थित करने के तरीकों के बारे में सोचते हैं। हो सकता है कि उनके द्वारा किया गया वर्गीकरण हमें अटपटा सा लगे। किन्तु बगैर झुँझलाए हुए हम यह सोचें कि बच्चों को अलग-अलग सामग्री अपने ढंग से एक जगह संग्रहित करने का अवसर मिल रहा है। बच्चों द्वारा वस्तुओं को अलग-अलग समूह में वर्गीकृत किए जाने पर उनका अवलोकन कीजिए तथा बातचीत कीजिए कि उन्होंने वस्तुओं के इस तरह के समूह क्यों बनाए?

उदाहरण के लिए, बच्चों को कुछ परिचित चीजें देकर उन्हें समान या एक जैसे गुणों के आधार पर समूहों में बाँटने के लिए दें, जैसे — आकृति, रंग या सतह की बनावट आदि के आधार पर शुरू में स्वयं समान गुण वाली चीज़ों का एक समूह बच्चों को बनाकर दिखाएँ। समूह आकार के आधार पर, बनावट के आधार पर, खिलौनों का समूह, वस्तु में लगे पदार्थ या अन्य किसी गुण के आधार पर बनाया जा सकता है।

उदाहरण के लिए – आकार के आधार पर समूह



बच्चों को तरह-तरह की पत्तियाँ, कंकड़, दाल के दाने, गेंद, पेन इत्यादि देकर उन्हें समूहों में बाँटने को कहा जा सकता है। समूह निर्माण के बाद आकलन हेतु उनसे पूछें कि इन्हें साथ-साथ क्यों रखा गया है? इसे दूसरे समूह में क्यों नहीं रख सकते हैं? आदि। पीपल के कुछ पत्ते, नीम की पत्तियाँ, बरगद की पत्तियों को मिला दें। उसके पश्चात् बच्चे को पत्तों के आकार या किनारों की बनावट के आधार पर अलग-अलग समूह बनाने को कहें। स्वयं कुछ चीजों को गुणों के आधार पर वर्गीकृत कर दें तथा उनसे पूछा जा सकता है कि इन्हें कौन-कौन से गुणों के आधार पर समूहों में रखा गया है?

सार रूप में गिनती का मूल आधार यही है कि चीजों के एक निश्चित समूह का एक-से-एक करके मेल, संख्याएँ और उनके नाम के क्रमवार समूह से हों। दैनिक परिस्थितियों में कुशलतापूर्वक उपयोग करने के लिए ज़रूरी है कि बच्चे समान या एक जैसी चीजों का मिलान करें, चीज़ों को छांटें और उनका वर्गीकरण करें और समूहों को किसी विशिष्ट तरह से क्रमबद्ध करें। सार रूप में हम कह सकते हैं कि एक बच्चा गिनती जानता है अगर वह —

- संख्या के नाम को सही क्रम में बोल सके।
- किसी समूह में मौजूद वस्तुओं की सही संख्या बता सके।
- एक समूह में से बताई गई संख्या के बराबर वस्तुएँ उठा सके।

इस तरह से गिनना तभी संभव है जब बच्चा संख्याओं के नाम को सही क्रम में याद करने के साथ-साथ —

- गिनते समय प्रत्येक वस्तु को एक और केवल एक ही संख्या दे।
- समझें कि गिनते समय वस्तुओं का क्रम मायने नहीं रखता।
- गिनते समय बोली गई आखिरी संख्या समूह में वस्तुओं की कुल संख्या बताती है।

शिक्षकों द्वारा दैनिक जीवन के विविध संदर्भों का उपयोग करते हुए विविध गतिविधियों को कक्षा-कक्ष प्रक्रिया का हिस्सा बनाकर बच्चों में गिनती की सही समझ विकसित करने का प्रयास किया जाना चाहिए।

संदर्भ

इंदिरा गाँधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय. *गणित शिक्षण के विभिन्न पक्ष/आयाम*. नयी दिल्ली.

एन.सी.ई.आर.टी. 2005. *राष्ट्रीय पाठयचर्या की रूपरेखा (एन. सी. एफ़.) एवं गणित शिक्षण का आधार पत्र*. नयी दिल्ली.

_____. 2006. *गणित का जादू*. पहली कक्षा के लिए गणित की पाठ्यपुस्तक. नयी दिल्ली.